ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ NGỌC HÂN

TẬP HÚT ĐỀU ĐỐI VỚI MỘT LỚP PHƯƠNG TRÌNH PARABOLIC SUY BIẾN TỰA TUYẾN TÍNH KHÔNG ÔTÔNÔM

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ NGỌC HÂN

TẬP HÚT ĐỀU ĐỐI VỚI MỘT LỚP PHƯƠNG TRÌNH PARABOLIC SUY BIẾN TỰA TUYẾN TÍNH KHÔNG ÔTÔNÔM

Ngành: Toán giải tích
Mã số: 8 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS.PHẠM THỊ THỦY

Thái Nguyên - 2018

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2018
Người viết luận văn

Nguyễn Thị Ngọc Hân

Xác nhận
của trưởng khoa Toán

Xác nhận
của người hướng dẫn khoa học

TS. Phạm Thị Thủy

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới **TS. Phạm Thị Thủy**, người cô đã tận tình hướng dẫn tôi trong suốt quá trình nghiên cứu để tôi có thể hoàn thành luận văn.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu, ban lãnh đạo phòng sau Đại học cùng toàn thể các thầy cô giáo Khoa Toán trường ĐHSP Thái Nguyên đã truyền thụ cho tôi những kiến thức quan trọng, tạo điều kiện thuận lợi và cho tôi những ý kiến đóng góp quý báu trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết vì vậy rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2018

Tác giả

Nguyễn Thị Ngọc Hân

Mục lục

Một số ký hiệu và viết tắt

$\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$: tập các số thực.

$\mathbb{R}^n$: không gian véctơ tuyến tính thực n chiều.

$C([a; b], \mathbb{R}^n)$: tập tất cả các hàm liên tục trên [a; b] và nhận giá trị trên $\mathbb{R}^n$.

$C(\Omega)$: là không gian các hàm liên tục trên miền Ω.

$C^k(\Omega)$: là không gian các hàm khả vi liên tục đều cấp k trên miền Ω.

$L_2([a, b], \mathbb{R}^m)$: tập các hàm khả tích bậc hai trên [a, b] và lấy giá trị trong $\mathbb{R}^m$.

$C^\infty(\Omega)$: là không gian các hàm khả vi liên tục cấp vô hạn trên miền Ω.

Được xác định bằng $\bigcap\limits_{k \in \mathbb{N}} C^k(\Omega)$.

$C_c(\Omega), C_c^k(\Omega), ...,$ ký hiệu các hàm trong $C(\Omega), C^k(\Omega), ...,$ với giá compact.

$C_0^\infty(\Omega)$: Là không gian các hàm khả vi liên tục cấp vô hạn trên miền Ω .

Với giá compact.

$L^p(\Omega)$: là không gian các hàm lũy thừa bậc p khả tích Lebesgue.

Trong đó : $\|(\Omega)\|_{L^p(\Omega)} = (\int_{(\Omega)} |(\Omega)|^p dx)^{\frac{1}{p}}, (1 \leq p < \infty)$.

$L^\infty(u) = \{u : u \to \mathbb{R} | u$ là đo được Lebesgue, $\|u\|_{L^\infty(u)} < \infty\}$.

Trong đó : $\|u\|_{L^\infty(u)} = \text{ess } \sup\limits_u |u|$.

$L^1_{loc}(\Omega)$: tồn tại $\Omega' \subset\subset \Omega$ thì $v(x) \in L_1(\Omega')$.

$L_1(\Omega)$: gồm các hàm có độ đo Lebesgue $\int \Omega |v(x)| < +\infty$.

$L^p_{loc}(u) = \{u : u \to \mathbb{R} | u \in L^p(V),$ với mọi $V \subset\subset u\}$.

$H^k(u), W^k_p(u)(k = 1, 2, 3...)$ là ký hiệu các không gian Sobolev.

$C^{k,\beta}(\overline{u}), C^{k,\beta}(u), (k = 0, 1, ..., 0 < \beta \leq 1)$ là các không gian Holder.

$\nabla u = (u_{x_1}, ..., u_{x_n})$ là véctơ gradient của hàm u.

$\triangle\ u = \sum_{i=1}^{n} u_{x_i x_i}$ là toán tử Laplace của hàm u.

$\square$: kết thúc chứng minh.

Mở đầu

1. Lí do chọn đề tài.

Các phương trình đạo hàm riêng tiến hóa xuất hiện nhiều trong các quá trình của vật lý, hóa học, sinh học ... Việc nghiên cứu những lớp phương trình này có ý nghĩa quan trọng trong khoa học và công nghệ. Chính vì vậy nó đã và đang thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà khoa học trên thế giới. Các vấn đề đặt ra là nghiên cứu sự tồn tại nghiệm, sự phụ thuộc liên tục của nghiệm theo dữ kiện đã cho và các tính chất định tính của nghiệm của bài toán.

Trong ba thập kỷ gần đây, lý thuyết các hệ động lực tiêu hao vô hạn chiều được phát triển mạnh mẽ. Lý thuyết này nằm ở giao của 3 chuyên ngành là lý thuyết hệ động lực, lý thuyết phương trình vi phân đạo hàm riêng và lý thuyết phương trình vi phân thường. Bài toán cơ bản của lý thuyết này là nghiên cứu sự tồn tại và các tính chất cơ bản của tập hút. Nhiều kết quả về lý thuyết tập hút đối với nhiều lớp phương trình vi phân đạo hàm riêng được trình bày trong [8],[14]. Một trong những lớp phương trình đạo hàm riêng được nghiên cứu nhiều nhất là lớp phương trình parabolic. Sự tồn tại tập hút toàn cục đối với lớp phương trình và hệ phương trình parabolic nửa tuyến tính không suy biến đã được nghiên cứu bởi nhiều tác giả trong miền bị chặn. Tính liên tục của tập hút toàn cục đối với các bài toán parabolic được nghiên cứu trong các công trình[3], [6], [12].

Cho đến nay, các kết quả về lý thuyết tập hút đối với lớp phương trình

parabolic không suy biến rất phong phú và đã khá hoàn thiện. Lý thuyết về tập hút toàn cục đối với phương trình parabolic suy biến đã được nghiên cứu cho bài toán chứa phương trình parabolic suy biến có phần chính dạng $-\triangle\Phi(u)$ hoặc $-div(\Phi(u)\nabla(u))$ trong đó $\Phi(0) = 0$; phương trình parabolic suy biến chứa toán tử Grashin; phương trình parabolic suy biến kiểu Caldiroli - Mussina...Các kết quả về sự tồn tại tập hút đều được nghiên cứu trong [2], [7], [11], [9], ...

Việc nghiên cứu sự tồn tại và tính chất của tập hút đối với lớp phương trình parabolic suy biến là vấn đề thời sự, có ý nghĩa khoa học và hứa hẹn có nhiều ứng dụng trong các bài toán thực tế. Với những lí do trên, chúng tôi lựa chọn vấn đề trên làm nội dung để nghiên cứu luận văn với tên gọi "*Tập hút đều đối với một lớp phương trình parabolic suy biến tựa tuyến tính không ôtônôm* ".

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu.

2.1. Mục đích nghiên cứu.

Mục đích của luận văn là nghiên cứu sự tồn tại và một số tính chất của tập hút toàn cục (bao gồm tính trơn,đánh giá số chiều fractal,...) đối với một lớp phương trình suy biến kiểu Caldiroli - Mussina trong miền bị chặn.

2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu.

Trình bày một số khái niệm các không gian hàm, tập hút toàn cục, sự tồn tại tập hút toàn cục, số chiều fractal. Trình bày kết quả về sự tồn tại tập hút đều đối với một lớp phương trình parabolic suy biến tựa tuyến tính không ôtônôm trên miền bị chặn $\Omega \subset \mathbb{R}^N$.

3. Phương pháp nghiên cứu.

Để chứng minh sự tồn tại và duy nhất nghiệm yếu, chúng tôi sử dụng phương pháp xấp xỉ Galerkin kết hợp với các bổ đề compact.

Để chứng minh sự tồn tại tập hút và tính trơn của tập hút chúng tôi sử sụng phương pháp của lí thuyết hệ động lực vô hạn chiều, nói riêng là